2005 г. №10

Т р у д ы Ф О Р А

О ПОДАЛГЕБРАХ КАРТАНА СУПЕРАЛГЕБР ЛИ

О.К. Тен, С.М. Шеляг

Кубанский государственный университет, г. Краснодар

Исследуются основные свойства подалгебр Картана супералгебр Ли над полем характеристик $p \neq 2$: a) соответствие между подалгебрами Картана в супералгебре Ли $L = L_{\bar{0}} \oplus L_{\bar{1}}$ и подалгебрами Картана в нуль компоненте $L_{\bar{0}}$; b) связь подалгебр Картана и максимальных торов в ограниченных супералгебрах Ли; c) сопряженность подалгебр Картана в супералгебрах Ли.

Подалгеброй Картана $H = H_{\bar{0}} \oplus H_{\bar{1}}$ супералгебры Ли $L = L_{\bar{0}} \oplus L_{\bar{1}}$ называется нильпотентная подалгебра, совпадающая со своим нормализатором в L. В работе [1] В.А. Бунегиной, Т.Н. Наумовой и А.Л. Онищика была установлена связь между подалгебрами Картана супералгебры Ли $L = L_{\bar{0}} \oplus L_{\bar{1}}$ и подалгебрами Картана ее нулевой компоненты $L_{\bar{0}}$ над полем нулевой характеристики. Целью настоящей заметки является обобщение этой теоремы на случай произвольного поля, в том числе и положительной характеристики. Ключевую роль в доказательстве теоремы играет теорема Энгеля в формулировке [1] для супералгебр Ли. Мы заметили, что это утверждение верно и в случае поля положительной характеристики. Данное нами доказательство верно для произвольной характеристики и практически не отличается от доказательства классической теоремы Энгеля для алгебр Ли. Заметим, что оригинальное доказательство, приведенное в работе [1], опирается на достаточно обязывающий критерий В. Каца [4] разрешимости супералгебр Ли, справедливый для алгебраически замкнутого поля характеристики 0.

Вторая часть статьи посвящена связи подалгебр Картана ограниченных супералгебр Ли с максимальными торами и вопросу о сопряженности подалгебр Картана относительно группы автоморфизмов.

1. Теорема Энгеля для супералгебр Ли. Пусть K — произвольное поле характеристики $p \neq 2$. Все рассматриваемые алгебры и векторные пространства считаются конечномерными.

Теорема 1 (Энгель). *Пусть $L = L_{\bar{0}} \oplus L_{\bar{1}}$ подалгебра супералгебры Ли $\mathrm{gl}(V_{\bar{0}} \oplus V_{\bar{1}})$, и все операторы $x \in L_{\bar{0}}$ нильпотентны. Тогда существует такой ненулевой вектор $v \in V_{\bar{0}} \cup V_{\bar{1}}$, что $L(v) = 0$.*

Доказательство. Воспользуемся индукцией по $\dim L$. Если $\dim L = 0$, то утверждение очевидно. Если $\dim L = 1$, то $L = Kx$, где $x \in \mathrm{gl}(V_{\bar{0}} \oplus V_{\bar{1}})$ либо четный нильпотентный оператор, либо, если $L_{\bar{0}} = \{0\}$, нечетный оператор такой, что $x^2 = \frac{1}{2}[x, x] = 0$. В любом случае x нильпотентен на V и найдется ненулевой вектор $v \in V$ такой, что $x(v) = 0$. Поскольку это равенство выполняется тогда и для однородных компонент вектора v, то можем считать, что v однородный.

Пусть $\dim L = n > 1$. Всякий ненулевой четный, а в случае, если $L_{\bar{0}} = \{0\}$, то нечетный элемент порождает одномерную абелеву подалгебру. Пусть $H = H_{\bar{0}} \oplus H_{\bar{1}}$ — ненулевая собственная подалгебра в L наибольшей размерности. Докажем, что H — идеал в L коразмерности 1. Рассмотрим представление f алгебры H на факторпространстве L/H, индуцированное присоединенным представлением на алгебре L:

$$f(h)(x + H) = [h, x] + H, h \in H, x \in L.$$

Имеем, что

$$(\mathrm{ad}\, h)^m x = \sum_{i=0}^{m} (-1)^{m-i} C_m^i h^i x h^{m-i},$$

если $h \in L_{\bar{0}}$, $x \in L$. Поэтому, поскольку h нильпотентен и $h^k = 0$ при некотором k, то $\mathrm{ad}\, h$ также нильпотентен: $(\mathrm{ad} h)^{2k} = 0$. Следовательно, алгебра $f(H)$ удовлетворяет условию теоремы, и, так как $\dim f(H) \leqslant \dim H < \dim L$, то по предположению индукции найдется однородный элемент $a \in L \setminus H$ такой, что $f(H)(a+H) = H$, то есть $[H, a] \subseteq H$. Следовательно, $Ka + H$ — подалгебра в L, отличная от H. Это означает, что $L = Ka + H$ и H — идеал коразмерности 1.

Пусть $W = \{v \in V \mid H(v) = 0\}$. Так как $\dim H < \dim L$, то по предположению индукции $W \neq \{0\}$. Понятно, что подпространство W является $\mathbb{Z}_2$-градуированным. Покажем, что W — L-инвариантное подпространство в V. Действительно, если $x \in L, v \in W$, то для всякого $h \in H$

$$hx(v) = [h, x](v) + (-1)^{\deg h \deg x} xh(v) = 0.$$

Так как a — нильпотентный оператор, то в W существует ненулевой вектор v, для которого $a(v) = 0$. Но тогда $L(v) = 0$. Как и выше вектор v можно считать однородным. □

Следствие 2. *Пусть $L = L_{\bar{0}} \oplus L_{\bar{1}}$ подалгебра супералгебры Ли $\mathrm{gl}(V_{\bar{0}} \oplus V_{\bar{1}})$, и все операторы $x \in L_{\bar{0}}$ нильпотентны. Тогда существует натуральное число n такое, что $x_1 x_2 \ldots x_n = 0$ для любых $x_1, x_2, \ldots, x_n \in L$.*

Доказательство. Пусть $\dim V = n$. Из теоремы 1 следует, что найдется флаг Z_2-градуированных подпространств

$$V = V_0 \supseteq V_1 \supseteq \ldots \supseteq V_n = \{0\}$$

таких, что $\dim V_i = n - i$ и $L(V_i) \subseteq V_{i+1}, i = 0.1. \ldots, n-1$. Следовательно, в подходящем базисе пространства V, матрица каждого элемента супералгебры L будет иметь нильтреугольный вид. Отсюда получаем, что $x_1 x_2 \ldots x_n = 0$ для любых $x_1, x_2, \ldots, x_n \in L$. □

Теорема 3. *Супералгебра Ли $L = L_{\bar{0}} \oplus L_{\bar{1}}$ нильпотентна тогда и только тогда, когда операторы $\mathrm{ad}\, x$ нильпотентны для всех $x \in L_{\bar{0}}$.*

Доказательство. Действительно, из условия следует, что алгебра $\mathrm{ad}\, L \subseteq \mathrm{gl}(L_{\bar{0}} \oplus L_{\bar{1}})$ удовлетворяет условиям следствия теоремы 1. Следовательно, найдется натуральное число n такое, что $\mathrm{ad}\, x_1 \mathrm{ad}\, x_2 \ldots \mathrm{ad}\, x_n = 0$ для любых $x_1, x_2, \ldots, x_n \in L$. Отсюда $[x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}] = 0$ для любых $x_1, x_2, \ldots, x_{n+1} \in L$ и алгебра L нильпотентна. Обратное утверждение очевидно. □

2. Соответствие между подалгебрами Картана супералгебры Ли и ее нулевой компоненты. В случае алгебраически замкнутого поля характеристики 0 в работе [1], было установлено, что подалгебры Картана супералгебры Ли $L = L_{\bar{0}} \oplus L_{\bar{1}}$ и алгебры Ли $L_{\bar{0}}$ находятся во взаимно однозначном соответствии. Оказывается, что так же обстоит дело над любым, не обязательно алгебраически замкнутым, полем характеристики $p \neq 2$.

Лемма 4. *Нильпотентная подалгебра $H = H_{\bar{0}} \oplus H_{\bar{1}}$ является подалгеброй Картана в супералгебре Ли $L = L_{\bar{0}} \oplus L_{\bar{1}}$ тогда и только тогда, когда $H = L^0(H_{\bar{0}})$.*

Здесь и далее $L^0(A)$ — нулевое корневое подпространство для присоединенного представления алгебры Ли A в L:

$$L^0(A) = \{x \in L \mid (\mathrm{ad}\, h)^m(x) = 0, \text{для всех } h \in A \text{ и некоторого } m \in \mathbb{N}\}.$$

Доказательство. Пусть $H = H_{\bar{0}} \oplus H_{\bar{1}}$ — подалгебра Картана. Тогда $H \subseteq L^0(H_{\bar{0}})$, так как H нильпотентна. Применим теорему Энгеля к представлению супералгебры Ли H в пространстве $L^0(H_{\bar{0}})/H$, индуцированному присоединенным представлением. Из теоремы следует, что при $L^0(H_{\bar{0}}) \neq H$ существует элемент $x \in L^0(H_{\bar{0}}) \setminus H$, для которого $[H, x] \subseteq H$. Но это невозможно, так как H совпадает со своим нормализатором.

Обратное следует из включения $N_L(H_{\bar{0}}) \subseteq L^0(H_{\bar{0}}) = H$. □

В частности, из леммы следует, что подалгебра Картана является максимальной нильпотентной подалгеброй.

Теорема 5. *1) Если $H = H_{\bar 0} \oplus H_{\bar 1}$ — подалгебра Картана супералгебры Ли $L = L_{\bar 0} \oplus L_{\bar 1}$, то $H_{\bar 0}$ — подалгебра Картана алгебры Ли $L_{\bar 0}$.*

2) Если A — подалгебра Картана алгебры Ли $L_{\bar 0}$, то $H = L^0(A)$ — подалгебра Картана супералгебры $L = L_{\bar 0} \oplus L_{\bar 1}$, и $H_{\bar 0} = A$.

Доказательство. 1) Если $H = H_{\bar 0} \oplus H_{\bar 1}$ — подалгебра Картана супералгебры L, то $H_{\bar 0}$ нильпотентна и по лемме 4 $H = L^0(H_{\bar 0})$. Тогда $(L_{\bar 0})^0(H_{\bar 0}) = L^0(H_{\bar 0})_{\bar 0} = H_{\bar 0}$, откуда следует, что $H_{\bar 0}$ — подалгебра Картана в $L_{\bar 0}$.

2) Пусть $H = L^0(A)$ и $H = H_{\bar 0} \oplus H_{\bar 1}$. Тогда $H_{\bar 0} = (L_{\bar 0})^0(A) = A$ и операторы $\mathrm{ad}_H x$ нильпотентны для всех $x \in H_{\bar 0}$. Следовательно, H нильпотентен по теореме 3 и по лемме 4 является подалгеброй Картана в L. □

3. Подалгебры Картана ограниченных супералгебр Ли. В работе [2] Демушкина С. П. было показано, что описание подалгебр Картана в ограниченных алгебрах Ли сводится к описанию максимальных торов. В этом пункте мы обобщим эту теорию на случай модулярных супералгебр Ли. Будем считать, что основное поле имеет характеристику $p > 2$.

Супералгебра Ли $L = L_{\bar 0} \oplus L_{\bar 1}$ называется ограниченной, если дифференцирования $(\mathrm{ad}\, x)^p$ являются внутренними для всех $x \in L_{\bar 0}$. Это эквивалентно тому, что на $L_{\bar 0}$ можно задать однозначно, с точностью до полулинейного отображения $L_{\bar 0}$ в $C(L)_{\bar 0}$, где $C(L)$ — центр супералгебры Ли, p-отображение $[p] : L_{\bar 0} \to L_{\bar 0}$ такое, что

1) $(\lambda x)^{[p]} = \lambda^p x^{[p]}$,
2) $(\mathrm{ad}\, x)^p = \mathrm{ad}\, x^{[p]}$,
3) $(x+y)^{[p]} = x^{[p]} + x^{[p]} + \sum_{i=1}^{p-1} s_i(x,y)$,

где $s_i(x,y) \in L_{\bar 0}$ таковы, что

$$\sum_{i=1}^{p-1} i s_i(x,y) t^{i-1} = (\mathrm{ad}\,(tx+y))^{p-1}(x)$$

(здесь $x, y \in L_{\bar 0}, \lambda \in K$, t — переменная). В этом случае $L_{\bar 0}$ является p-алгеброй Ли относительно p-отображения $[p]$, а $L_{\bar 1}$ — присоединенным ограниченным $L_{\bar 0}$-модулем. В частности, полупростыми и нильпотентными элементами (соответственно, торами) супералгебры $L = L_{\bar 0} \oplus L_{\bar 1}$ мы будем называть полупростые и нильпотентные элементы (соответственно, торы) p-алгебры Ли $L_{\bar 0}$ (относительно этих понятий см. напр. [3, 6]). Подалгебру $H = H_{\bar 0} \oplus H_{\bar 1}$ ограниченной супералгебры Ли будем называть p-подалгеброй, если $H_{\bar 0}$ инвариантна относительно p-отображения. Если подалгебра $H = H_{\bar 0} \oplus H_{\bar 1}$ не является p-подалгеброй, то ее p-замыканием назовем подалгебру, полученную из H расширением $H_{\bar 0}$ до ее p-замыкания в $L_{\bar 0}$. Понятно, что p-замыкание абелевой (соответственно, нильпотентной, разрешимой) подалгебры является абелевой (соответственно, нильпотентной, разрешимой) p-подалгеброй.

Теорема 6. *Всякая подалгебра Картана $H = H_{\bar 0} \oplus H_{\bar 1}$ ограниченной супералгебры Ли $L = L_{\bar 0} \oplus L_{\bar 1}$, является p-подалгеброй, причем множество $T(H)$ ее полупростых элементов является максимальным тором супералгебры Ли L, и H совпадает с централизатором $C_L(T(H))$ тора $T(H)$.*

Доказательство. p-Замыкание подалгебры H является нильпотентной p-подалгеброй, содержащей H, и, следовательно, с ней совпадает. Докажем, что все полупростые элементы подалгебры H содержаться в ее центре. Действительно, если $h \in H$ — полупростой элемент, то $h \in \sum_{k \geqslant m} K h^{[p^k]}$ для всякого натурального m. Но $[h^{[p^k]}, H] = (\mathrm{ad}\, h)^{p^k}(H) = 0$ при достаточно больших k, поэтому $[h, H] = 0$ и $h \in C(H)$. Центр $C(H)$ является абелевой p-подалгеброй, а как известно, множество полупростых элементов абелевой ограниченной алгебры Ли образует тор. Для доказательства максимальности тора $T(H)$ заметим, что всякий тор, содержащий $T(H)$, лежит в его централизаторе $C_L(T(H))$. Поэтому утверждение будет следовать из равенства $H = C_L(T(H))$. По лемме 4 для доказательства последнего достаточно показать, что $C_L(T(H)) \subseteq L^0(H_{\bar 0})$.

Пусть $h \in H_{\bar{0}}$ и $h = h_s + h_n$ — разложение Жордана—Шевалле. Тогда $h^{[p^m]} = h_s^{[p^m]} \in T(H)$ для достаточно большого $m \in \mathbb{N}$ и

$$(\operatorname{ad} h)^{p^m}(C_L(T(H))) = [h^{[p^m]}, C_L(T(H))] = \{0\}.$$

Следовательно, $C_L(T(H)) \subseteq L^0(H_{\bar{0}})$, что и требовалось. □

Теорема 7. *Централизатор $C_L(T)$ максимального тора супералгебры L является подалгеброй Картана тогда и только тогда, когда подалгебра $C_L(T)$ нильпотентна.*

Доказательство. Необходимость очевидна. Докажем достаточность. Пусть подалгебра $H = C_L(T(H))$ нильпотентна. Тогда, если H не является подалгеброй Картана, то по теореме Энгеля найдется элемент $x \in L \backslash H$ такой, что $[x, H] = 0$. Но тогда $x \in C_L(T(H))$ — противоречие. □

4. Сопряженность подалгебр Картана супералгебр Ли. В случае поля нулевой характеристики имеет место следующая теорема о сопряженности подалгебр Картана [1].

Теорема 8. *Пусть $\operatorname{Aut}_e L$ — группа автоморфизмов супералгебры Ли L, порожденная автоморфизмами вида $\exp \operatorname{ad} x$, где x пробегает все ad -нильпотентные четные элементы супералгебры L. Тогда любые две подалгебры Картана супералгебры Ли L над алгебраически замкнутым полем характеристики 0 переводятся друг в друга автоморфизмом из группы $\operatorname{Aut}_e L$. Если супералгебра L разрешима, то это верно и без предположения замкнутости основного поля.*

Известно, что над полем положительной характеристики подалгебры Картана, вообще говоря, не сопряжены. Например, простая алгебра Ли Витта $\operatorname{der} K[x]/(x^p)$ имеет несопряженные подалгебры Картана $Kx\partial$ и $K(1+x)\partial$. Тем не менее оказывается, что подалгебры Картана простых классических супералгебр Ли сопряжены.

Лемма 9. *Пусть ограниченная супералгебра Ли L такова, что $C(L)_{\bar{0}} = \{0\}$. Тогда всякий автоморфизм α супералгебры L удовлетворяет условию $\alpha(x^{[p]}) = (\alpha(x))^{[p]}$ для любого $x \in L_{\bar{0}}$.*

Доказательство. Докажем, что отображение $[p]' : a \to \alpha^{-1}(\alpha(a)^{[p]}), a \in L_{\bar{0}}$ является p-отображением. Действительно:

$$\begin{aligned}
\operatorname{ad} a^{[p]'}(x) =& [\alpha^{-1}((\alpha(a)^{[p]}), x] = \alpha^{-1}([\alpha(a)^{[p]}, \alpha(x)]) = \alpha^{-1}(\operatorname{ad} \alpha(a)^p(\alpha(x))) = \\
=& (\operatorname{ad} a)^p(x), \\
(\lambda a)^{[p]'} =& \alpha^{-1}(\alpha(\lambda a)^{[p]}) = \lambda^p \alpha^{-1}(\alpha(a)^{[p]}) = \lambda^p a^{[p]'}, \\
(a+b)^{[p]'} =& \alpha^{-1}(\alpha(a+b)^{[p]}) = \alpha^{-1}(\alpha(a)^{[p]} + \alpha(b)^{[p]} + \sum_{i=1}^{p-1} s_i(\alpha(a), \alpha(b))) = \\
=& \alpha^{-1}(\alpha(a)^{[p]}) + \alpha^{-1}(\alpha(b)^{[p]}) + \sum_{i=1}^{p-1} s_i(\alpha^{-1}(\alpha(a)), \alpha^{-1}(\alpha(b))) = \\
=& a^{[p]'} + b^{[p]'} + \sum_{i=1}^{p-1} s_i(a, b),
\end{aligned}$$

где $a, b \in L_{\bar{0}}, x \in L, \lambda \in K$. Так как $C(L)_{\bar{0}} = \{0\}$, то L обладает единственной p-структурой. Следовательно, $[p] = [p]'$ и $\alpha(x^{[p]}) = \alpha(x)^{[p]}$ для любых $x \in L_{\bar{0}}$. □

Теорема 10. *Подалгебры Картана H_1 и H_2 простой ограниченной супералгебры Ли L сопряжены тогда и только тогда, когда сопряжены их максимальные торы $T(H_1)$ и $T(H_2)$.*

Доказательство. Пусть $H_1 = \alpha(H_2)$ для некоторого автоморфизма α супералгебры L. По лемме 9 всякий автоморфизм простой ограниченной супералгебры Ли сохраняет p-структуру, и следовательно, переводит полупростые элементы в полупростые. Поэтому $\alpha(T(H_1)) = T(H_2)$. Обратное очевидно, поскольку $H_i = C_L(T(H_i)), i = 1, 2$. □

Перейдем к вопросу о сопряженности подалгебр Картана в классических супералгебрах Ли. Согласно классификации Каца [4] классические комплексные супералгебры Ли описываются своими системами корней

$$R = A(m,n), B(m,n), C(n), D(m,n), D(2,1;\alpha), G(3), F(4), P(n), Q(n).$$

Классические супералгебры Ли при $p > 2$ определяются как простые супералгебры, полученные из классических комплексных супералгебр редукцией по модулю p. Лишь в случае супералгебр $A(m,n) = sl(m+1, n+1), m \equiv n \pmod p$; $P(n), n+1 \equiv 0 \pmod p$ следует дополнительно профакторизовать по одномерному центру. Кроме того, пусть $\mathrm{Aut}_e L$ — группа автоморфизмов супералгебры Ли L, порожденная автоморфизмами вида $\exp \mathrm{ad}\, x$, где x пробегает все четные элементы супералгебры L, для которых $(\mathrm{ad}\, x)^p = 0$. Следует иметь в виду, что вообще говоря не для всех указанных элементов четное невырожденное линейное преобразование $\exp \mathrm{ad} x$ является автоморфизмом супералгебры L.

Теорема 11. *Подалгебры Картана классических простых супералгебр над алгебраически замкнутым полем характеристики $p \neq 2, 3$ сопряжены относительно группы автоморфизмов* $\mathrm{Aut}_e L$.

Доказательство. В случае алгебраически замкнутого поля нулевой характеристики сопряженность подалгебр Картана следует из теоремы 8. Рассмотрим случай поля положительной характеристики. Пусть $L = L_{\bar 0} \oplus L_{\bar 1}$ — классическая супералгебра, $H = H_{\bar 0} \oplus H_{\bar 1}$ — ее подалгебра Картана. Пусть $L_{\bar 0} = H_{\bar 0} \oplus \sum_{\gamma \in R_{\bar 0}} L_\gamma$ — разложение Картана $L_{\bar 0}$ относительно $H_{\bar 0}$. Нетрудно проверить, что классические супералгебры Ли являются ограниченными. При этом p-отображение на $L_{\bar 0}$ таково, что $e_\gamma^{[p]} = 0$ для всех $e_\gamma \in L_\gamma, \gamma \in R_{\bar 0}$. В частности, это означает, что $(\mathrm{ad}\, e_\gamma)^p = 0$ и $\exp \mathrm{ad}\, e_\gamma$ являются четными невырожденными линейными преобразованиями L. Непосредственная проверка показывает, что $(\mathrm{ad}\, e_\gamma)^3 = 0$, если $L = A(m,n), B(m,n), C(n), D(m,n), D(2,1;\gamma), F(4), P(n), Q(n)$, и $(\mathrm{ad}\, e_\gamma)^4 = 0$, если $L = G(3)$. Поэтому во всех случаях, кроме $p = 5$, $L = G(3)$, имеем, что $(\mathrm{ad}\, e_\gamma)^{\frac{p+1}{2}} = 0$ и $\exp \mathrm{ad}\, e_\gamma$ являются автоморфизмами супералгебры L. В случае $p = 5$, $L = G(3)$ следует дополнительно заметить, что $\exp \mathrm{ad}_{\,L_{\bar 0}} e_\gamma$ являются автоморфизмами на $L_{\bar 0} = G_2 \oplus A_1$ (см. [5]) и $(\mathrm{ad}_{\,L_{\bar 1}} e_\gamma)^3 = 0$, откуда следует, что и в этом сдучае $\exp \mathrm{ad}\, e_\gamma$ являются автоморфизмами супералгебры L. Обозначим подгруппу в $\mathrm{Aut}_e L$, порожденную автоморфизмами вида $\exp \mathrm{ad}\, e_\gamma$ $(e_\gamma \in L_\gamma, \gamma \in R_{\bar 0})$ через $G(L, H)$.

Пусть H_1, H_2 — подалгебры Картана классической супералгебры Ли L. Известно (см. напр. [5]), что подалгебры Картана классических полупростых алгебр Ли являются абелевыми тороидальными подалгебрами. Следовательно, $(H_i)_{\bar 0} = T(H_i), i = 1, 2$. Тогда, из теоремы III.4.1 [5] Селигмана получаем, что найдется автоморфизм $\alpha \in G(L, H_1)$ такой, что $\alpha(T(H_1)) = T(H_2)$. Отсюда, по теореме 10 $\alpha(H_1) = H_2$. □

Список литературы

1. *Бунегина В. А., Наумова Т. Н., Онищик А. Л.* Подалгебры Картана в супералгебрах Ли//Вопр. теории групп и гомологич. алгебры. Ярославль, 1988. – С. 99-104.

2. *Демушкин С. П.* Подалгебры Картана простых p-алгебр Ли W_n и S_n // Сиб. матем. журн. – 1970. – Т. 11. – С. 310-325.

3. *Джекобсон Н.* Алгебры Ли. – М.: Мир, 1964.

4. *Кас V. G.* Lie superalgebras//Adv. in Math. – 1977. – V. 26. – P. 9–96.

5. *Seligman G.* Modular Lie algebras. – Springer-Verlag. Berlin, Heidelberg, New York. – 1967.

6. *Strade H., Farnsteiner R.* Modular Lie algebras and their representations. – New York and Basel. – 1988.

On Cartan subalgebras of Lie superalgebras

O.K. Ten, S.M. Shelyag

Basic properties of Cartan subalgebras in Lie superalgebras over arbitrary field of characteristic $p \neq 2$ are investigated: a) the corespondense between Cartan subalgebras in Lie superalgebra $L = L_{\bar{0}} \oplus L_{\bar{1}}$ and Cartan subalgebras in null component $L_{\bar{0}}$; b) the connection of Cartan subalgebras and maximal torus in restricted Lie superalgebras; c) the conjugation of Cartan subalgebras in Lie superalgebras.

